২০. লেখের সাহায্যে সমাধান করঃ

ক.

x+y=6

x-y=2

সমাধানঃ

x+y=6.....(i)

x-y=2.....(ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই,

y=6-x

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	0	2	4
y	6	4	2
ছক-১			

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

-y=2-x

বা, y=x-2

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	2	4	6
y	0	2	4
ছক-২			

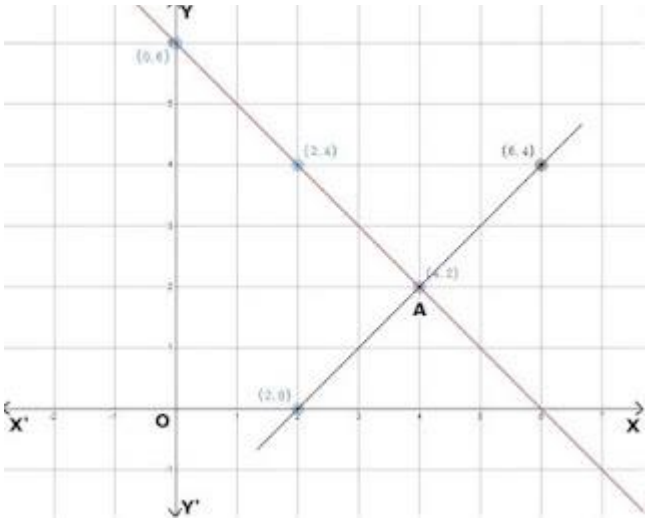
মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং 0 মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক-১ এ (0,6), (2,4) ও (4,2) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

আবার,

ছক-২ এ (2,0), (4,2) ও (6,4) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সরলরেখাকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 4 ও কোটি 2 ।

∴ নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y)=(4,2)

খ.

x+4y=11

4x-y=10

সমাধানঃ

x+4y=11.....(i)

4x-y=10.....(ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$4y=11-x$

$y=\frac{11-x}{4}$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	-1	3	7
y	3	2	1
ছক-১			

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

-y=10-4x

বা, y=4x-10

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	2	3	5
y	-2	2	10
ছক-২			

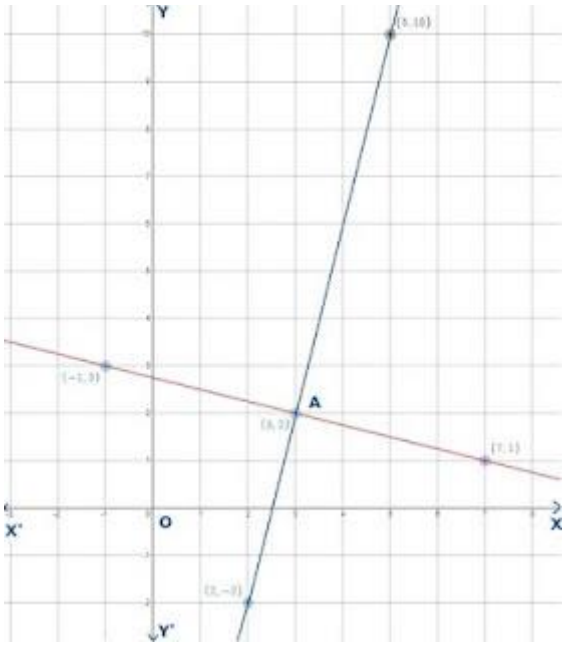
মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং 0 মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক-১ এ (-1,3), (3,2) ও (7,1) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

আবার,

ছক-২ এ (2,-2), (3,2) ও (5,10) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সরলরেখাকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 3 ও কোটি 2 ।

∴ নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y)=(3,2)

গ.

3x+2y=21

2x-3y=1

সমাধানঃ

3x+2y=21.....(i)

2x-3y=1.....(ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$2y=21-3x$

$y=\frac{21-3x}{2}$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	1	5	7
y	9	3	0
ছক-১			

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$-3y=1-2x$

বা, $3y=2x-1$

$y=\frac{2x-1}{3}$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	-1	5	8
y	-1	3	5
ছক-২			

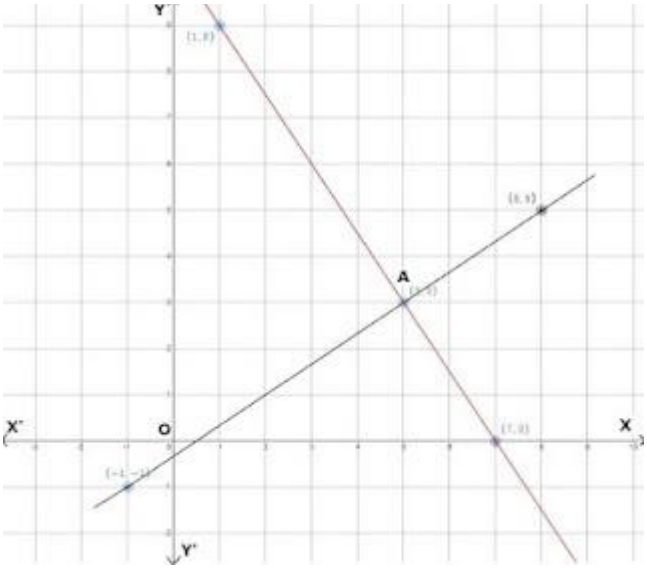
মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং 0 মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক-১ এ (1,9), (5,3) ও (7,0) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

আবার,

ছক-২ এ (-1,-1), (5,3) ও (8,5) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সরলরেখাকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 5 ও কোটি 3 ।

∴ নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y)=(5,3)

ঘ.

x+2y=1

x-y=7

সমাধানঃ

x+2y=1.....(i)

x-y=7.....(ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$2y=1-x$

$y=\frac{1-x}{2}$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	3	5	7
y	-1	-2	-3
ছক-১			

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$-y=7-x$

বা, $y=x-7$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	-1	5	8
y	-8	-2	1
ছক-২			

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং 0 মূলবিন্দু।

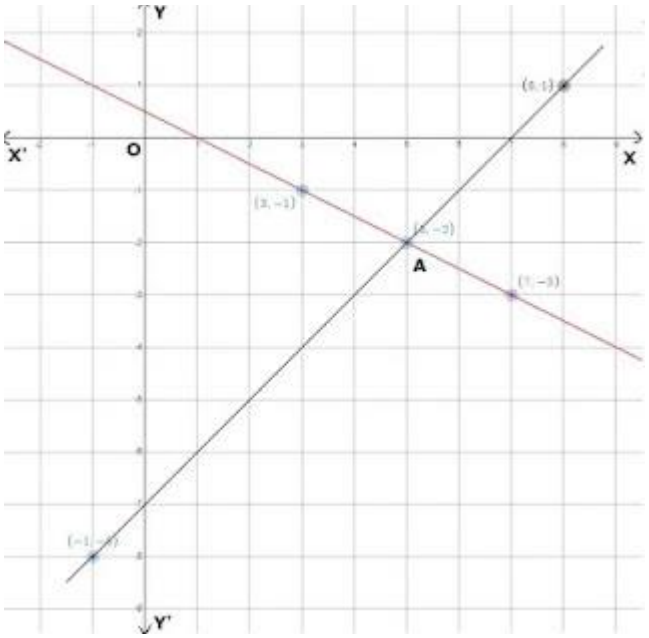
উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক-১ এ (3,-1), (5,-2) ও (7,-3) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

আবার,

ছক-২ এ (-1,-8), (5,-2) ও (8,1) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে

বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সরলরেখাকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 5 ও কোটি -2 ।

∴ নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y)=(5,-2)

ঙ.

x-y=0

x+2y=-15

সমাধানঃ

x-y=0.....(i)

x+2y=-15.....(ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই,

-y=-x

বা, y=x

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	1	-5	3
y	1	-5	3
ছক-১			

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

2y=-15-x

$$y=\frac{-15-x}{2}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	-1	-5	3
y	-7	-5	-9
ছক-২			

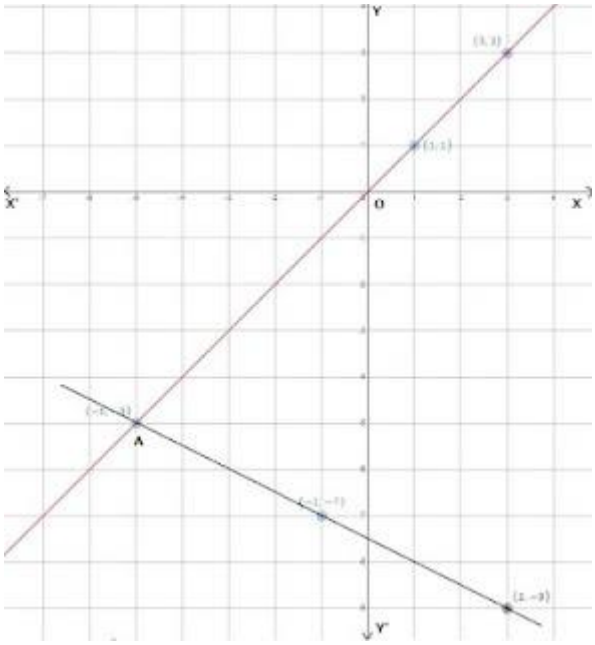
মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং 0 মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক-১ এ (1,1), (-5,-5) ও (3,3) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

আবার,

ছক-২ এ (-1,-7), (-5,-5) ও (3,-9) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সরলরেখাকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ -5 ও কোটি -5 ।

∴ নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y)=(-5,-5)

চ.

4x+3y=11

3x-4y=2

সমাধানঃ

4x+3y=11.....(i)

3x-4y=2.....(ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই,

3y=11-3x

$$y=\frac{11-4x}{3}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	-1	2	5
y	5	1	-3
ছক-১			

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

-4y=2-3x

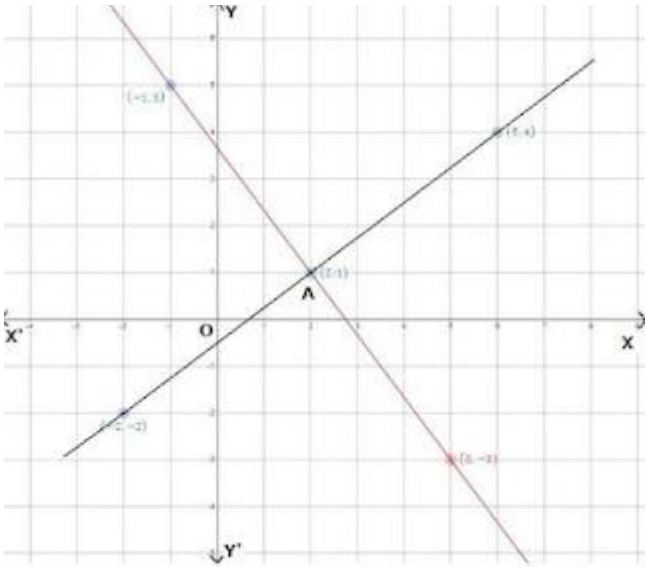
বা, 4y=3x-2

$$y=\frac{3x-2}{4}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	-2	2	6
y	-2	1	4
ছক-২			

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং 0 মূলবিন্দু।
উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।
ছক-১ এ (-1,5), (2,1) ও (5,-3) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।
আবার,
ছক-২ এ (-2,-2), (2,1) ও (6,4) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সরলরেখাকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 2 ও কোটি 1 ।
∴ নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y)=(2,1)

২১. কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 11 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয়। আবার হর হতে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয়।

ক) ভগ্নাংশটি x/y ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর।

সমাধানঃ
ভগ্নাংশটি x/y হলে,
১ম শর্তানুসারে,

$$\frac{x+11}{y} = 2$$

বা, x+11=2y
বা, x-2y=-11.....(i)
২য় শর্তানুসারে,

$$\frac{x}{y-2} = 1$$

বা, x=y-2
বা, x-y=-2.....(ii)
সমীকরণ জোট
x-2y=-11.....(i)
x-y=-2.....(ii)

খ) সমীকরণ জোটটি অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x,y) নির্ণয় কর।

সমাধানঃ
সমীকরণ জোট
x-2y=-11.....(i)
x-y=-2.....(ii)
(i)-(ii) করে পাই,
-y=-9
বা, y=9
y এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,
x-9=-2
বা, x=-2+9
বা, x=7
∴ (x,y)=(7,9)

গ) সমীকরণ জোটটির লেখ অঙ্কন করে ছেদ বিন্দুর ভুজ ও কোটি নির্ণয় কর।

সমাধানঃ
সমীকরণ জোট
x-2y=-11.....(i)
x-y=-2.....(ii)
সমীকরণ (i) হতে পাই,
-2y=-11-x
বা, 2y=11+x

$$\text{বা, } y = \frac{11+x}{2}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

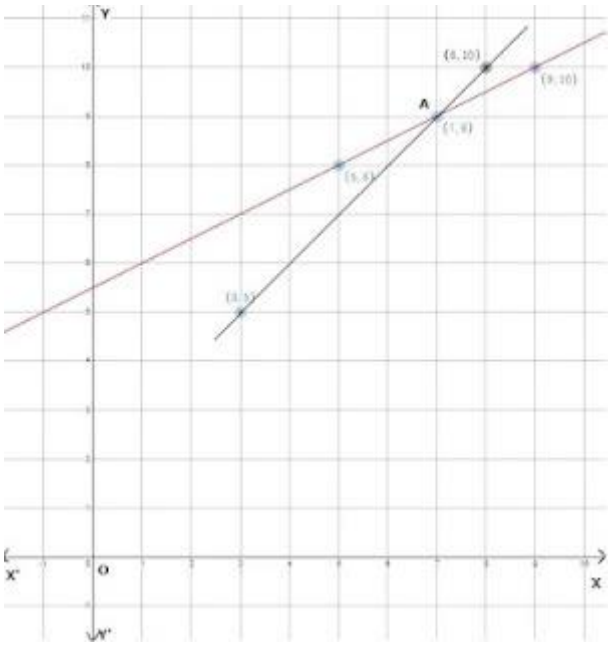
x	5	7	9
y	8	9	10
ছক-১			

সমীকরণ (ii) হতে পাই,
-y=-2-x
বা, y=2+x
x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	3	7	8
y	5	9	10
ছক-২			

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং 0 মূলবিন্দু।
উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।
ছক-১ এ (5,8), (7,9) ও (9,10) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।
আবার,
ছক-২ এ (3,5), (7,9) ও (8,10) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে

একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সরলরেখাকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 7 ও কোটি 9 ।

২২. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 5 মিটার বেশি এবং বাগানটির পরিসীমা 40 মিটার।

ক) দৈর্ঘ্য x মিটার ও প্রস্থ y মিটার হলে উপরের তথ্যের আলোকে দুটি সমীকরণ গঠন কর।

সমাধানঃ

দৈর্ঘ্য x মিটার ও প্রস্থ y মিটার হলে-

১ম শর্তানুসারে পাই,

$x=2y+5$

বা, $x-2y=5$

২য় শর্তানুসারে পাই,

$2(x+y)=40$

বা, $x+y=20$

∴দুটি সমীকরণ:-

$x-2y=5$.....(i)

$x+y=20$.....(ii)

খ) অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর।

সমাধানঃ

দুটি সমীকরণ:-

$x-2y=5$.....(i)

$x+y=20$.....(ii)

(i)-(ii) করে পাই,

$-3y=-15$

বা, $3y=15$

বা, $y=15/3$

বা, $y=5$

y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x+5=20$

বা, $x=20-5$

বা, $x=15$

∴ বাগানের দৈর্ঘ্য = 15 মিটার

এবং বাগানের প্রস্থ = 5 মিটার

গ) লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটের সমাধান কর।

সমাধানঃ

দুটি সমীকরণ:-

$x-2y=5$.....(i)

$x+y=20$.....(ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$-2y=5-x$

বা, $2y=x-5$

$$\text{বা, } y=\frac{x-5}{2}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	5	15	19
y	0	5	7
ছক-১			

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$y=20-x$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	10	15	18
y	10	5	2
ছক-২			

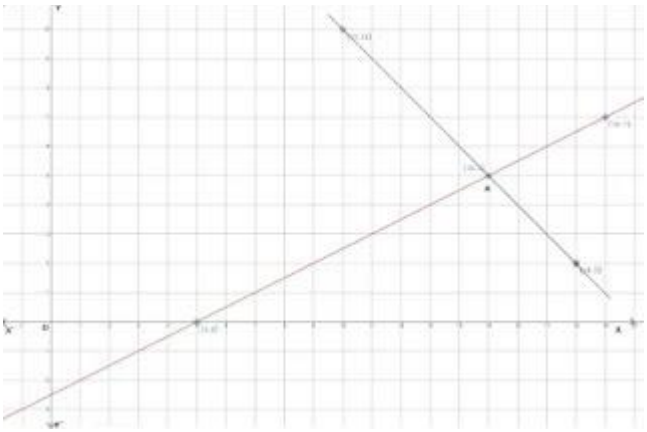
মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং 0 মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক-১ এ (5,0), (15,5) ও (19,7) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

আবার,

ছক-২ এ (10,10), (15,5) ও (18,2) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সরলরেখাকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 15 ও কোটি 5 ।

∴ নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y)=(15,5)

২৩. 7x-3y=31 ও 9x-5y=41 দুইটি সরল সমীকরণ।

ক) (4,-1) বিন্দুটি কোন সমীকরণকে সিদ্ধ করে?

সমাধানঃ

7x-3y=31.....(i)

9x-5y=41.....(ii)

(i) নং এর বামপক্ষে x=4 ও y=-1 বসিয়ে পাই,

7×4-3×(-1)

=28+3

=31 যা (i) নং এর ডানপক্ষের সমান

∴ (4,-1) বিন্দুটি 7x-3y=31 সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

আবার,

(ii) নং এর বামপক্ষে x=4 ও y=-1 বসিয়ে পাই,

9×4-5×(-1)

=36+5

=41 যা (ii) নং এর ডানপক্ষের সমান

∴ (4,-1) বিন্দুটি 9x-5y=41 সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

∴ (4,-1) বিন্দুটি 7x-3y=31 ও 9x-5y=41 সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

খ) প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x,y) নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

7x-3y=31.....(i)

9x-5y=41.....(ii)

(i) হতে পাই,

-3y=31-7x

বা, 3y=7x-31

$$\text{বা, } y=\frac{7x-31}{3}$$

y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$9x-5\times\frac{7x-31}{3}=41$$

$$\text{বা, } \frac{3\times9x-5(7x-31)}{3}=41$$

বা, 27x-35x+155=3×41

বা, -8x+155=123

বা, -8x=123-155

বা, -8x=-32

বা, 8x=32

বা, x=32/8

বা, x=4

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

7×4-3y=31

বা, 28-3y=31

বা, -3y=31-28

বা, -3y=3

বা, 3y=-3

বা, y=-3/3

বা, y=-1

∴ (x,y)=(4,-1)

গ) লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর।

সমাধানঃ

7x-3y=31.....(i)

9x-5y=41.....(ii)

(i) হতে পাই,

-3y=31-7x

বা, 3y=7x-31

$$\text{বা, } y=\frac{7x-31}{3}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	1	4	7
y	-8	-1	6
ছক-১			

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

-5y=41-9x

বা, 5y=9x-41

$$\text{বা, } y=\frac{9x-41}{5}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করিঃ

x	-1	4	9
y	-10	-1	8
ছক-২			

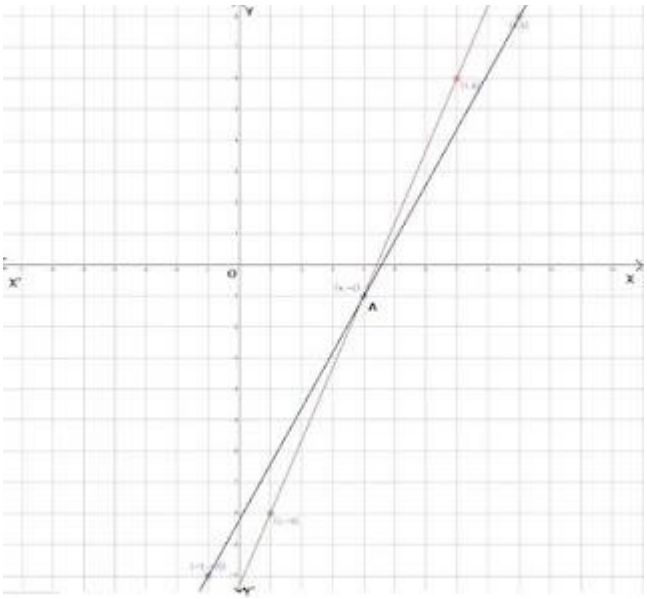
মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং 0 মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক-১ এ (1,-8), (4,-1) ও (7,6) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

আবার,

ছক-২ এ (-1,-10), (4,-1) ও (9,8) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয়

সরলরেখাকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 4 ও কোটি -1 ।
∴ নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y)=(4,-1)$